**Контрольна робота з математики, 11 клас, розв’язки і відповіді**

*Учасники конкурсу-захисту виконують 7 завдань****:*** *І рівень – 3 завдання 0-3 бали за кожне (разом 0-9 балів); ІІ рівень – 2 завдання 0-5 балів за кожне (разом 0-10 балів); ІІІ рівень – 2 завдання по 0-7 балів за кожне (разом 0-14 балів). Максимальна сума балів, яку може набрати учасник за виконання завдань з базової дисципліни, – 33 бали.*

**І рівень**

1. Скільки разів треба взяти доданком число 625, щоб одержати число 52018?

*Розв’язання.* Оскільки  і , то число доданків дорівнює 52014.

*Відповідь.* 52014.

# Навіть коли верблюд Дезіре спраглий, 84 % його маси становить вода. Після того, як він нап’ється, його маса збільшується до 800 кг, а вода становить 85 % ваги. Визначте яка маса верблюда Дезіре, коли він спраглий.

*Розв’язання.* Після того, як верблюд нап’ється, його маса становить 800 кг, а вода - 85%, тоді маса води дорівнює 680 кг, а маса решти – 120 кг. Ця решта становить 16%, коли він спраглий, тому його загальна маса дорівнюватиме 120:16∙100=750 кг.

Отже, маса верблюда, коли він спраглий становить 750 кг.

*Відповідь.* 750 кг.

# Розв’яжіть нерівність: *.*

*Розв’язання.*Дана нерівність рівносильна такій системі нерівностей:



*Відповідь.* ******.

**ІІ рівень**

1. Нехай АD – діаметр описаного кола навколо чотирикутника АВСD. Точка Е симетрична точці А відносно середини відрізка ВС. Доведіть, що прямі DЕ і ВС перпендикулярні.

*******Доведення.* Розглянемо коло з центром , яке описане навколо чотирикутника ,  – середина сторони , точка  симетрична точці  відносно точки . Оскільки  – діаметр, то . Тоді  – середня лінія ∆, причому .

Розглянемо рівнобедрений ∆. У цьому трикутнику  – медіана, висота та бісектриса. Тоді, оскільки  і , то .

1. Розв’яжіть рівняння:*.*

*Розв’язання.* У даному рівнянні проведемо заміну , тоді одержимо рівняння . Розкриємо дужки у одержаному рівнянні, у результаті матимемо:

.

Розв’язавши останнє біквадратне рівняння, знайдемо , тоді .

*Відповідь.* .

**ІІІ рівень**

1. Знайти гострі кути прямокутного трикутника, якщо синуси трьох його кутів утворюють геометричну прогресію.

*Розв’язання.* Нехай і - гострі кути прямокутного трикутника. За умовою sin , sin і sin 900 утворюють геометричну прогресію. Або sin , cos , 1 – геометрична прогресія. Отже, cos2 = 1 sin, cos2 = sin , sin2 + sin - 1 = 0

sin=, або sin=. Тому = arcsin та - arcsin.

*Відповідь:* arcsin ,- arcsin.

1. Точка Х ділить ребро АВ куба ABCDA1B1C1D1 у відношенні АХ:ХВ=2:3. Побудуйте переріз цього куба площиною, па­ралельною площині АА1С і проходить через точку X. Знайдіть пери­метр перерізу, якщо АВ = *а*.

*Відповідь.* .

**Контрольна робота з математики, 10 клас, розв’язки і відповіді**

*Учасники конкурсу-захисту виконують 7 завдань****:*** *І рівень – 3 завдання 0-3 бали за кожне (разом 0-9 балів); ІІ рівень – 2 завдання 0-5 балів за кожне (разом 0-10 балів); ІІІ рівень – 2 завдання по 0-7 балів за кожне (разом 0-14 балів). Максимальна сума балів, яку може набрати учасник за виконання завдань з базової дисципліни, – 33 бали.*

**І рівень**

# Маленький коала з’їдає листя евкаліптового дерева за 10 годин. Його тато і мама їдять вдвічі швидше. Визначте за скільки часу вся сім’я з’їсть все листя з одного евкаліптового дерева.

***Розв’язання.*** З умови задачі маємо, що  – частина листя дерева, яку з’їдає за 1год, а  – частина листя дерева, яку з’їдає за 1год тато або мама. Нехай год – час, який потрібний для з’їдання листя дерева сім’єю. Тоді одержуємо рівняння , звідки знаходимо . Отже, сім’я з’їсть все листя дерева за год.

***Відповідь.*** год.

# 2. Знайдіть область визначення функції:

# .

***Розв’язання.*** Область визначення даної функції знаходимо із наступної системи нерівностей:



***Відповідь. ***

# 3. Визначте у скільки разів збільшиться трицифрове число, якщо до нього дописати поруч таке саме число.

***Розв’язання.*** Нехай трицифрове число дорівнює , тоді нове утворене число , а за правилом ділення маємо, що :=101.

***Відповідь: 1001.***

**ІІ рівень**

# 4. У трикутника дві бічні сторони дорівнюють 30 см і 40 см, а висота, проведена до третьої сторони, дорівнює 24 см. Обчисліть медіану трикутника, проведену до третьої сторони.

***Розв’язання.***

******

Розглянемо ∆ у якому см, см,  і см. Нехай  – медіана, проведена до сторони . З ∆ () за теоремою Піфагора знаходимо катет

(см).

Аналогічно з ∆ () за теоремою Піфагора знаходимо катет

(см).

Тоді (см), (см) і (см). З ∆ () за теоремою Піфагора знаходимо

(см).

***Відповідь.*** 25см.

**5.** За результатами контрольної роботи в класі середній бал у хлопчиків виявився рівним 8,6, у дівчат – 9,8, а середній бал у всіх учнів класу – 9,4. визначте яку частину класу становлять хлопчики.

***Розв’язання.*** Нехай  – сума всіх балів у хлопчиків, а  – сума всіх балів у дівчат. Нехай  – кількість хлопців у класі, а  – кількість дівчат. Згідно із умовою задачі, потрібно визначити число . Отже, маємо такі співвідношення:



.

Отже, знаходимо шукане число .

***Відповідь.*** .

**ІІІ рівень**

**6.** Точка М поділяє сторону АD прямокутника АВСD у відношенні 1 : 2, причому . Знайдіть величину кута між діагоналями цього прямокутника.

***Розв’язання.***

Розглянемо прямокутник , у якому точка  поділяє сторону  у відношенні 1:2, причому , і нехай діагоналі  та  перетинаються у точці . Знайдемо . Отже, нехай , тоді . З прямокутного ∆ за теоремою Піфагора знаходимо катет .

Із ∆ (, , ) знайдемо , тому .

З ∆, скориставшись теоремою косинусів, знайдемо

, тобто . Тому 

***Відповідь.*** 60о.

# 7. Між числом 3 і невідомим числом х вставили одне число так, що усі три числа утворюють зростаючу арифметичну прогресію. Якщо середній член цієї прогресії зменшити на 6, то отримаємо геометричну прогресію. Знайдіть невідоме число х.

***Розв’язання.*** Нехай між числами  та  вставили число . Оскільки за умовою задачі числа  утворюють арифметичну прогресію, то маємо рівність  або . Враховуючи, що числа  утворюють геометричну прогресію, то маємо .

Таким чином, отримуємо систему рівнянь



Розв’язками останнього рівняння є  та . Тоді знаходимо відповідні значення  та . Отже, умову задачі задовольняють значення .

***Відповідь.*** .