**<http://plusminus.do.am/publ/robota_z_obdarovanimi_ditmi/zavdannja_ta_rozv_39_jazki_do_olimpiad_z_matematiki/4-1-0-12>**

**Обласнеуправління освіти і науки**

**Обласний інститут післядипломної педагогічної освіти**

**Відділ математики**

II етап (міський, районний)

Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

27 листопада 2010 року

**8 клас**

**1.** Коли турист пройшов *1 км* таполовину решти, то з’ясувалося, що до кінця ще  всього шляху та ще *1* *км*. Знайдіть довжину всього шляху.

***(15 балів)***

**2.** У трикутнику АВС бісектриса з вершини А, висота з вершини В та серединний перпендикуляр до сторони АВ перетинаються в одній точці. Знайдіть величину кута А.

***(15 балів)***

**3.** Розв’яжіть рівняння: .

***(20 балів)***

**4.** Сума трьох цілих чисел поділяється на 6. Довести, що й сума кубів цих чисел поділяється на 6.

***(20 балів)***

**5.** На площині дано шість точок загального положення (жодні три з них не лежать на одній прямій). Кожні дві точки сполучено відрізком або червоного, або синього кольору. Довести, що знайдеться трикутник з вершинами в даних точках, всі сторони якого мають один колір.

***(30 балів)***

**4. Решение:**

Достаточно доказать, что разность  делится на 6. Это действительно так, поскольку каждый из слагаемых  делится на 6, так как эти слагаемые можно представить как произведение трех целых последовательных чисел:



**5. Решение:**

Обозначим данные точки через A, B, C, D, E, F. Из точки А выходят 5 отрезков двух цветов. Среди этих отрезков есть 3 отрезка одного цвета. Пусть для конкретности эти отрезки АВ, АС, АD красного цвета. Рассмотрим отрезки ВС, ВD, СD. Возможны случаи:

1. среди этих отрезков есть красный, например ВС. Тогда в треугольнике АВС все стороны красные;

 б) среди этих отрезков нет красных. Тогда в треугольнике BCD все стороны синие.

*2011 клас*

**1.** Знайдіть останню цифру числа *. (15 балів)*

**2.** Треба поділити 7 яблук на 12 чоловік порівну, розрізаючи кожне яблуко не більше, ніж на 5 частин. Як це зробити?

 *(15 балів)*

**3.** У чотирикутнику ABCD продовження протилежних сторін AB і CD перетинаються під кутом 20°; продовження протилежних сторін BC і AD також перетинаються під кутом 20°. Доведіть, що два кути чотирикутника рівні, а два інших різняться на 40°. *(20 балів)*

**4.** Розв’язати систему рівнянь

  *(20 балів)*

**5.** Довести, що в будь-якому шестидесятизначному числі, десятковий запис якого не містить нулів, можна закреслити кілька цифр так, що число, що вийшло в результаті цього, буде ділитися на 1001. *(30 балів)*

2. Решение

Нужно разделить 3 яблока на 4 равные части каждое, а 4 яблока – на 3 равные части каждое. Будет 12 четвертей яблока и 12 третьих частей яблока. Теперь можно дать каждому по одной четверти и по одной третей частей яблока.

3. Решение

D

C

F

A

B

E

Из ∆CED: ∠ADC + ∠DCB = 180° - 20° = 160°.

Аналогично, из ∆AFD: ∠ADC + ∠BAD = 160°.

Значит, 160° - ∠ADC = ∠BAD = ∠DCB. То есть углы при вершинах A и С четырехугольника равны.

∠ABC = ∠BCF + 20° как внешний угол треугольника BCF; ∠BCF = 180° - ∠DCB. Тогда ∠ABC = 180° - ∠DCB + 20° =

= 200° - (160° - ∠ADC) == ∠ADC + 40°.

То есть углы при вершинах B и D четырехугольника отличаются на 40°.

5. Решение.

Заметим, что есть цифра, которая встречается в записи числа по крайней мере 6 раз. Если каждая цифра встречается не более 5 раз, то всего в числе не более 5 · 9 = 45 цифр. Значит, можно вычеркнуть так, что останется число из 6 одинаковых цифр. Оно делится на 111111 = 111 · 1001, тогда, делится на 1001.

**Завдання для шкільної олімпіади, 8 клас**

1. **( 4 бали) Розв`язати систему рівнянь:** $\left\{\begin{array}{c}x+y+z=3,\\2x+y-3z=0,\\3x+2y-z=0.\end{array}\right.$
2. **( 4 бали) Доведіть тотожність:**

**( a + b + c )2 = a2 + b2 + c2 + 2ab + 2bc + 2ac.**

1. **( 4 бали) Задача із папірусу VI ст. Хтось узяв зі скарбниці** $\frac{1}{13} $**.**

**Із того, що залишилося, другий узяв** $\frac{1}{17}$ **. Залишив же він у скарбниці 150. Ми хочемо знати, скільки було в скарбниці спочатку.**